نشریه علوم و فناوری جوشکاری ایران، سال ششم، شماره2، پاییز و زمستان 1399، صفحه 76-65

مدل سازی دما در جوشکاری اصطکاکی -اختلاطی فولاد زنگ نزن دوفازی به وسیله روش های لاگرانژ چند متغیره، برونیابی خطی و رگرسیون خطی چند گانه

محمد یوسفیه[1*]، امین جباری[2]

1- استادیار، دانشکده مهندسی مواد و متالورژی، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

2- دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ایران

(دریافت مقاله: 1399/07/06 ؛ پذیرش مقاله: 1399/08/24)

چکیده

در این مطالعه دما درجوشکاری اصطکاکی- اختلاطی فولاد زنگ نزن دوفازی مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا تخمین دما در دامنه تعریف دمای اندازه گیری شده در فواصل مختلف از مرکز منطقه اختلاط به وسیله تابع درونیاب لاگرانژ چند متغیره، مدلسازی و تخمین زده شده است. سپس از دو روش برونیابی خطی و روش رگرسیون خطی چندگانه برای تخمین دما در خارج از بازه و درمرکز منطقه اختلاط استفاده شده است. برآورد دما براساس سه پارامتر سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط جوش صورت گرفته است. در روش اول با تعمیم روش لاگرانژ تک متغیره، تابع دمای چند متغیره لاگرانژ برحسب پارامترهای فوق تعمیم داده شد. سپس دما در مرکز منطقه اختلاط جوش با استفاده از روش برونیابی خطی بدست آمد. در روش دوم ابتدا به منظور بررسی تاثیر متغیرهای موجود در مدل رگرسیون از مقایسه دو مدل کامل و مدل کاهش یافته بر مبنای مجموع مربعات خطاها استفاده شد. سپس با تحلیل معادلات رگرسیون چندگانه حاکم بر متغیر خروجی، یک تابع رگرسیون خطی چندگانه معرفی شد. از آنجا که دمای مرکز منطقه اختلاط به وسیله ترموکوپل قابل اندازه گیری نیست، بنابراین در حالت کلی بهترین منحنی برازش برای تخمین تابع هنگامی است که مدل سازی بر مبنای پارامترهایی باشند که تابع خطا را کمینه کنند. برای پیاده سازی روش رگرسیون خطی چندگانه تابع خطا به صورت حداقل کردن مجموع مربعات خطا معرفی شد و مشتق خطا نسبت به پارامترهای سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط محاسبه گردید. بنابراین روش رگرسیون خطی چندگانه به عنوان روش اساسی و به عنوان معیار با سایر روش ها در نظر گرفته شد. با توجه به نتایج بدست آمده از پیش بینی دما در مرکز منطقه اختلاط، اختلاف دما در هر سه روش نسبت به هم مطلوب و قابل اغماض می باشند. حداکثر اختلاف دمای روش رگرسیون خطی چندگانه با روش لاگرانژ چند متغیره در تمامی گره ها $18/8^{o}C$ و با روش برونیابی خطی ^{o}C 26/36 مشخص شد. بنابراین روش درونیابی لاگرانژ چند متغیره اختلاف کمتری نسبت به روش برون یابی خطی در مرکز منطقه اختلاط دارد و از دقت بیشتری نیز برخوردار است.

کلمات کلیدی: فولاد زنگ نزن دوفازی، جوشکاری اصطکاکی -اختلاطی، درونیابی لاگرانژ چند متغیره، برونیابی خطی، رگرسیون خطی چندگانه.

* نویسنده مسئول، پست الکترونیکی: m.yousefieh@semnan.ac.ir

Modeling of temperature in friction stir welding of duplex stainless steel using multivariate lagrangian methods, linear extrapolation and multiple linear regression

M. Yousefieh[1*], A. Jabbari[2]

1- Department of Metallurgy and Materials Engineering, Semnan University, Semnan, Iran
2- Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran

(Received 27 September 2020 ; Accepted 14 November 2020)

Abstract

In this study, the temperature in friction stir welding of duplex stainless steel has been investigated. At first, temperature estimation was modeled and estimated at different distances from the center of the stir zone by the multivariate Lagrangian function. Then, the linear extrapolation method and multiple linear regression method were used to estimate the temperature outside the range and center of the stir zone. Temperature estimation is based on three parameters rotational speed, welding speed and distance from the center of stir zone. In the first method, by generalizing the multivariate Lagrangian method, the multivariate Lagrangian temperature function was generalized according to the above parameters. In the second method, in order to investigate the effect of the variables in the regression model, a comparison of two complete models and a reduced model based on the sum of squares errors was used. Then, by analyzing the multiple regression equations governing the output variable, a multiple linear regression function was introduced. Since the temperature of the stir zone is not measurable by the thermocouple, so in general the best fit curve for estimating the function is when the modeling is based on parameters that minimize the error function.To implement the multiple linear regression method, the error function was introduced to minimize the sum of the error squares and the error derivative was calculated in relation to the parameters of tool rotation speed, welding speed and distance from the center of the stir zone. Therefore, multiple linear regression method was considered as the basic method and as a criterion with other methods. According to the results obtained from the prediction in the center of the stir zone, the temperature difference in all three methods is desirable and negligible. The maximum temperature difference of multiple linear regression method with multivariate Lagrangian method in all nodes was 18.8 ^{o}C and multiple linear regression method with linear extrapolation method was 26.36 ^{o}C. Therefore, the multivariate Lagrangian interpolation method is less different than the linear extrapolation method in the center of the stir zone and is more accurate.

Keywords: Duplex stainless steel, Friction stir welding, Multivariate lagrangian interpolation, Linear extrapolation, Multiple linear regression.

1- مقدمه

فولادهای زنگ نزن دوفازی آلیاژهایی بر پایه آهن و شامل 50% فریت (α) و 50% آستنیت (γ) می باشند، بنابراین ویژگی های مفید هر دو نوع فولاد زنگ نزن آستنیتی و فریتی نظیر شکل‌پذیری مناسب، استحکام کششی و خستگی بالا، مقاومت مناسب در برابر خوردگی و تافنس خوب حتی در دماهای پایین را دارا هستند. خواص اشاره شده فوق هنگامی در فولادهای زنگ نزن دوفازی به دست می آید که نسبت فریت به آستنیت نزدیک به 50:50 بوده و سایر فازهای مضر نظیر رسوبات نیترید کروم (Cr_2N) و سیگما (σ) وجود نداشته باشند [1-4].

جوشکاری اصطکاکی-اختلاطی یکی از روش‌های جوشکاری حالت جامد است که می تواند به عنوان یک گزینه مناسب برای اتصال فولادهای زنگ نزن دوفازی مورد استفاده قرار گیرد [5 و 6]. دمای ناشی از جوشکاری اصطکاکی-اختلاطی نقش مهمی در تحولات ریزساختاری در مناطق مختلف دارد. از طرفی اندازه گیری و کنترل دما به خصوص در منطقه اختلاط یکی از چالش های موجود در جوشکاری اصطکاکی- اختلاطی محسوب می شود. درونیابی روشی است که با کمک اطلاعات محدود می توان تابعی معرفی کرد که منحنی آن از تمام نقاط عبور کند. هدف از روش‌های درونیابی، معرفی تابعی است که علاوه بر توجیه نمونه های گسسته، منجر به یک سری اطلاعات جدید منطبق بر واقعیت شود. از این رو در بسیاری از پیش بینی‌ها، برآوردها، تقریب ها و آزمایش‌ها می‌توان از روش های درون‌یابی بهره جست. از جمله

روش هایی که به کمک توابع چند جمله ای درونیابی می‌شوند، می توان به روش Sauer اشاره کرد که روش درونیابی تک متغیره را به چند متغیره تعمیم می دهد[7و 8] . کیم و همکاران دو مدل تحلیل رگرسیون خطی و غیرخطی برای فرآیند جوشکاری قوسی فلز - گاز پیشنهاد دادند و عوامل تاثیرگذار در تخمین کیفیت مطلوب جوش را شدت جریان و ولتاژ معرفی کرده اند [9و 10]. Güleryüz ارتباط بین پارامترهای جوشکاری اصطکاکی - اختلاطی و سختی را در اتصال فولادهای فریتی مدلسازی و بهینه سازی کرده است [11]. آقاجانی و همکاران نحوه جریان و اختلاط مواد را در جوشکاری اصطکاکی- اختلاطی مدل‌سازی کرده‌اند [12].

Chen و همکاران با تجزیه و تحلیل حرارتی- مکانیکی سه بعدی بر پایه روش دینامیک سیالات محاسباتی به بررسی فرآیند جوشکاری اصطکاکی - اختلاطی پرداخته اند [13]. آنها فصل مشترک ابزار و قطعه کار را از منظر تکنیکی با استفاده از روش دینامیک مش بررسی کرده اند.Xiao و همکاران یک روش بدون شبکه برای تجزیه و تحلیل انتقال حرارت گذرا در طول فرآیند جوشکاری اصطکاکی - اختلاطی توسعه دادند. آنها یک مدل منبع حرارتی مبتنی بر اصطکاک چسبنده برای توصیف تولید حرارت بکار گرفتند، سپس از یک تقریب برای تعیین معادله حاکم بر انتقال حرارت استفاده کرده اند [14]. در این پژوهش تابع دمای لاگرانژ چند متغیره برحسب پارامترهای سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط در جوشکاری اصطکاکی-اختلاطی فولادهای زنگ نزن دوفازی تعمیم داده شده است. سپس برآورد دما با استفاده از روش های برونیابی و رگرسیون خطی چندگانه در مرکز منطقه اختلاط جوش فولادهای دوفازی صورت گرفته است. همچنین برای بررسی معنی دار بودن همزمان ضرایب رگرسیون و تاثیر متغیرهای مستقل موجود در آن، مدل های کامل و کاهش یافته با یکدیگر مقایسه می شوند.

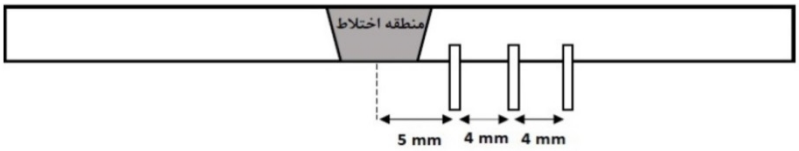
2- مواد و روش تحقیق

در این تحقیق از فولاد زنگ‌نزن دو فازی (UNS S32205) با ترکیب شیمیایی موجود در جدول(1) استفاده شده است. نمونه‌ها با سرعت های دورانی ابزار مختلف و همچنین سرعت‌های جوشکاری متفاوت مطابق جدول(2) تحت جوشکاری اصطکاکی-اختلاطی قرار گرفتند. زاویه ابزار با قطعه کار در حین جوشکاری در تمامی نمونه ها سه درجه در نظر گرفته شده است. برای اندازه گیری دما در فواصل مختلف (5، 9 و 13 میلیمتر) از خط مرکزی جوش (مرکز منطقه اختلاط) در حین جوشکاری از ترموکوپل سه کاناله استفاده شد. سیم های ترموکوپل از زیر پشت بند و از طریق سوراخ های تعبیه شده در فاصله های مشخص از خط مرکزی جوش در قطعه کار قرار داده شدند. ترموکوپل مورد استفاده دارای این قابلیت بود که دما را در هر ثانیه برای سه نقطه اندازه گیری کند. نحوه قرار گرفتن سیم های ترموکوپل به صورت شماتیک در شکل (1) آورده شده است.

در این پژوهش ابتدا روش لاگرانژ تک متغیره به حالت لاگرانژ سه متغیره بسط داده می شود. برآورد دما براساس متغیرهای مستقل سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط صورت می گیرد. سپس تابع درونیاب لاگرانژ سه متغیره برای برآورد متغیر وابسته دما معرفی می شود. در ادامه از روش برونیابی خطی برای تخمین تابع دما در نقطه‌ای بیرون از دامنه تعریف (مرکز منطقه اختلاط) استفاده می‌شود. علت استفاده از روش برونیابی خطی، یکنوایی (صعودی یا نزولی) داده های جدول اندازه گیری نسبت به متغیر دما می‌باشند. به عبارت دیگر داده‌ها از نوع هموار (smooth) می‌باشند و در دسته داده‌های نویزی یا سینوسی قرار نمی گیرند. نهایتا از روش رگرسیون خطی چندگانه برای تخمین دما در خارج از بازه و درمرکز منطقه اختلاط استفاده می شود. بدین منظور ابتدا در سطح خطای 5 درصد معنی دار بودن همزمان چند متغیر مستقل با مقایسه دو مدل کامل (F) و مدل کاهش‌یافته (R) بدست می‌آید. سپس بر مبنای مدل کامل یا کاهش‌یافته بر اساس رد یا پذیرش فرض H_0، یک مدل رگرسیون خطی چند گانه معرفی گردد. مهمترین هدف در این پژوهش برآورد دما در مرکز منطقه اختلاط است که به وسیله ترموکوپل قابل اندازه گیری نیست. بنابراین با بکارگیری روش های عددی مانند روش درونیابی لاگرانژ و برونیابی خطی و همچنین روش های آماری مانند روش رگرسیون خطی چندگانه دما در نقطه y=0 mm تخمین زده می شود.

جدول 1 – ترکیب شیمیایی فولاد زنگ نزن دوفازی (UNS S32205) مورد استفاده در این تحقیق (درصد وزنی)

S	P	N	Mo	Ni	Cr	Mn	Si	C
۰/۰۰۱	۰/۰۳	۰/۱۲	۳/۵۵	۵/۰۱	۲۲/۵۶	۱/۱۷	۰/۵	۰/۰۲



شکل 1- نحوه قرار گرفتن سیم های ترموکوپل در نمونه ها

جدول2 – دمای اندازه گیری شده در فواصل مختلف از مرکز منطقه اختلاط

سرعت دورانی ابزار (rpm)	سرعت جوشکاری $\left(\frac{mm}{\min}\right)$	دمای اندازه گیری شده (°C)		
		۵ mm	۹ mm	۱۳ mm
۲۰۰	۴۰	۱۰۲۰	۹۰۰	۷۷۶
۲۰۰	۸۰	۹۲۰	۸۱۳	۷۰۷
۲۰۰	۱۲۰	۸۳۰	۷۱۹	۵۸۸
۴۰۰	۴۰	۱۱۱۵	۱۰۰۲	۹۰۶
۴۰۰	۸۰	۱۰۱۷	۸۹۹	۷۸۶
۴۰۰	۱۲۰	۹۲۵	۸۰۹	۶۸۸
۶۰۰	۴۰	۱۲۴۰	۱۱۴۰	۱۰۶۰
۶۰۰	۸۰	۱۱۵۸	۱۰۷۱	۹۹۶
۶۰۰	۱۲۰	۱۰۱۴	۸۸۸	۷۴۷

3- نتایج و بحث

3-1- روش درون یابی چند متغیره لاگرانژ

یکی از روش های مهم در تعیین چند جمله ای درونیاب، روش لاگـرانژ اسـت. فـرض کنید n+1 نقطه متمایز $(x_0,f_0),...,(x_n,)$ f_nداده شده باشند، آنگاه چند جمله ای درونیاب به صورت $p_n(x)=\sum_{i=0}^{n} l_i(x)\,f(x_i)$ می باشد که در آن $l_i(x)=\prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n}\frac{x-x_i}{x_i-x_j}$ است. اگر $F=f(x_1,...,x_m)$ یک تابع m متغیره باشد آنگاه F را حداکثر از درجه n گویند هرگاه از مجموعه جملاتی به شکل $x_1^{n_1}x_2^{n_2}....x_m^{n_m}$ تشکیل شده باشد بطوری که در رابطه (1) صدق کند:

$$n_1+n_2+...+n_m\le n \quad ,\ n_1,n_2,...,n_m\in N\ \mathbf{U}\{0\} \qquad (1)$$

بعبارت دیگر چند جمله ای درونیاب $p(x)$ باید بر اساس رابطه (2) باشد:

$$p(x)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i}a_{ij}X^{e_i} \qquad (2)$$

که در آن a_{ij} ضرایب مجهـول در $p(x)$ ، $(x_1,...,x_m)$ یـک m تـایی از متغیرهای مستقـل $e_i=(e_1(i),...,e_m(i))$ یـک بردار صحیح منفی است، که هر درایه آن بـر اسـاس رابطـه (3) می تواند عددی بین صفر تا n باشد:

$$e_i.1=\sum_{j=1}^{m}e_j(i)\le n \qquad (3)$$

فرض کنید تابع دما $T(w_i,V_j,y_k)$ در $(m+1)$ نقطه مجزا برای سرعت دورانی ابزار، $(n+1)$ نقطه برای سرعت جوشکاری و در $(p+1)$ فاصله از مرکز منطقه اختلاط تعریف شده باشد. $L_j(w)$ تابع چندجمله ای لاگرانژ سرعت دورانی ابزار، $L_j(V)$ تابع چندجمله ای لاگرانژ سرعت جوشکاری و $L_j(y)$ تابع چندجمله ای لاگرانژ فاصله از مرکز منطقه اختلاط می باشد، که در روابط (4) الی (6) آورده شده است.

$$L_j(\omega)=\frac{(\omega-\omega_0)(\omega-\omega_1)....(\omega-\omega_{j-1})(\omega-\omega_{j+1})...(\omega-\omega_m)}{(\omega_i-\omega_0)(\omega_i-\omega_1)(\omega_i-\omega_{j-1})(\omega_i-x_{j+1})...(\omega_i-\omega_m)} \qquad (4)$$

$$L_j(V)=\frac{(V-V_0)(V-V_1)....(V-V_{j-1})(V-V_{j+1})...(V-V_n)}{(V_i-V_0)(V_i-V_1)(V_i-V_{i-1})(V_j-V_{i+1})...(V_i-V_n)} \quad (5)$$

$$L_j(y)=\frac{(y-y_0)(y-y_1)....(y-y_{j-1})(y-y_{j+1})...(y-y_n)}{(y_i-y_0)(y_i-y_1)(y_i-y_{j-1})(y_i-y_{j+1})...(y_i-y_n)} \quad (6)$$

تابع دما بر حسب متغیر های مستقل سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط در نظر گرفته شده است. سرعت های دورانی ابزار $\omega_0,\omega_1,\omega_2$ به ترتیب 200، 400 و 600 بر حسب rpm، سرعت های جوشکاری V_1,V_0 و V_2 به ترتیب 40، 80 و 120 بر حسب mm/min و دماهای اندازه گیری شده از مرکز منطقه اختلاط در فواصل y_1,y_0 و y_2 به ترتیب با مختصات 5، 9 و 13 بر حسب mm می باشند، که در جدول (2) آورده شده است. برای محاسبه تابع درونیاب ابتدا $L(v_j),L(y_k)$ و $L(\omega_i)$ بر مبنای دماهای اندازه‌گیری شده بر اساس روابط (7) الی (9) بدست آمده است.

$$L(\omega_0)=\frac{(\omega-400)(\omega-600)}{(200-400)(200-600)},L(\omega_1)=\frac{(\omega-200)(\omega-600)}{(400-200)(400-600)},L(\omega_2)=\frac{(\omega-200)(\omega-400)}{(600-200)(600-400)} \quad (7)$$

$$L(V_0)=\frac{(V-80)(V-120)}{(40-80)(40-120)},L(V_1)=\frac{(V-40)(V-120)}{(80-40)(80-120)},L(V_2)=\frac{(V-40)(V-80)}{(120-40)(120-80)} \quad (8)$$

$$L(y_0)=\frac{(y-9)(y-13)}{(5-9)(5-13)},L(y_1)=\frac{(y-5)(y-13)}{(9-5)(9-13)},L(y_2)=\frac{(y-5)(y-9)}{(13-5)(13-9)} \quad (9)$$

پس از به دست آوردن چند جمله‌ای های لاگرانژ $L(v_j),\mathrm{L}(y_k)$ و $L(w_i)$، دما (در فاصله 5 تا 13 میلیمتر) بر حسب تابع درونیاب چند متغیره به صورت رابطه (10) بدست آمده است.

$$T(w,\mathrm{v},\mathrm{y})=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{p}L(w_i)\,L(v_j)\,\mathrm{L}(y_k)\,\mathrm{T}(w_i,\mathrm{v}_j,\mathrm{y}_k) \quad (10)$$

تابع دما در رابطه (10) به صورت مجموع حاصل‌ضرب چندجمله‌ای‌های لاگرانژ سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط در دمای متناظر آن نقطه می باشد. به عنوان مثال دمای پیش بینی شده در فواصل 5، 8 و 11 میلیمتر از مرکز منطقه اختلاط بر اساس رابطه (10) برای گره‌ای با سرعت دورانی ابزار300 rpm و سرعت جوشکاری40 mm/min در جدول (3) آورده شده است. با توجه به خاصیت روش های درونیابی، تابع درونیاب از تمامی نقاط جدولی عبور می کند. بنابراین در شرایط یکسان مقدار دمای تخمین زده شده با روش لاگرانژ چند متغیره برای هر 27 نقطه جدولی با داده های جدول (2) دقیقا برابر است. به عبارت دیگر خطا در گره ها صفر می باشند. برای مثال دما به روش لاگرانژ در گره ای با سرعت دورانی ابزار400 rpm و سرعت جوشکاری 80 mm/min در فاصله 5 mm از مرکز جوش برابر ^{o}C 1017 می باشد که با داده متناظر آن جدول دقیقا یکسان است. بنابراین برای بررسی رفتار تابع درونیاب لاگرانژ سه متغیره در نقاط دیگری از دامنه تعریف به غیر از گره‌ها دما تخمین زده شده است (جدول (3)).

3-2- روش برونیابی

از آنجایی که مرکز منطقه اختلاط جوش $(y=0)$ متعلق به دامنه تعریف نقاط درونیابی شده نمی باشد، بنابراین بهتر است برای برآورد دما در خارج از دامنه تعریف از روش های دیگر مانند برونیابی و رگرسیون خطی چندگانه استفاده کرد.

فرض کنید $\bar{y}\notin[y_0,y_n]$، به عبارت دیگر نقطه $\bar{y}$ خارج از فاصله مرکز منطقه اختلاط قرار داشته باشد. برای بدست آوردن چندجمله ای درونیاب گذرنده از نقاط $[y_k,T_k]$ و $[y_{k+1},T_{k+1}]$ از روش تفاضلات تقسیم شده نیوتون بر اساس روابط (11) و (12) استفاده شد:

$$T=T_k+(y-y_k)\,f[y_k,y_{k+1}] \quad (11)$$

$$T=T_k+\frac{(y-y_k)}{y_{k+1}-y_k}(T_{k+1}-T_k) \quad (12)$$

از لحاظ هندسی رابطه (12) نشان دهنده خط گذرنده از نقاط $[y_k,T_k]$ و $[y_{k+1},T_{k+1}]$ می باشد. برای برآورد دما، در نقطه $\bar{y}<y_0$، با قرار دادن $k=0$ در رابطه (13)، رابطه (14) بدست آمده است.

$$T=T_0+\frac{(y-y_0)}{y_1-y_0}(T_1-T_0) \quad (13)$$

و در حالتی $\bar{y}>y_n$ باشد، با قرار دادن $k=n-1$ در رابطه (13)، رابطه (14) حاصل می شود.

جدول 3- مقایسه دمای پیش بینی شده و اندازه گیری شده در فواصل مختلف

سرعت دورانی (rpm)	سرعت جوشکاری $\left(\frac{mm}{\min}\right)$	دما از مرکز منطقه اختلاط در فواصل مختلف $(°C)$					
		۵ mm		۸ mm		۱۱ mm	
		پیش بینی شده با تابع لاگرانژ	اندازه گیری شده	پیش بینی شده با تابع لاگرانژ	اندازه گیری شده	پیش بینی شده با تابع لاگرانژ	اندازه گیری شده
۳۰۰	۴۰	۱۰۶۳/۷	۱۰۷۱	۹۷۴/۹۹	۹۶۳	۸۹۱/۱۵	۸۸۲

جدول 4 - دمای برآورد شده به روش برونیابی خطی در مرکز منطقه اختلاط

سرعت دورانی ابزار (rpm)	سرعت جوشکاری $\left(\frac{mm}{\min}\right)$	دمای برآورد شده در مرکز منطقه اختلاط $(°C)$
۲۰۰	۴۰	۱۱۷۰
۲۰۰	۸۰	۱۰۵۳/۷۵
۲۰۰	۱۲۰	۹۶۸/۷۵
۴۰۰	۴۰	۱۲۵۶/۲۵
۴۰۰	۸۰	۱۱۶۴/۵
۴۰۰	۱۲۰	۱۰۷۰
۶۰۰	۴۰	۱۳۶۵
۶۰۰	۸۰	۱۲۶۶/۷۵
۶۰۰	۱۲۰	۱۱۷۱/۵

$$T = T_{n-1} + \frac{(y - y_{n-1})}{y_n - y_{n-1}}(T_n - T_{n-1}) \qquad (14)$$

بنابراین از روابط (13) و (14) می توان برای برونیابی نقاط خارج از بازه درونیاب استفاده نمود. نتایج آورده شده در جدول (4) با استفاده از رابطه (13) حاصل شده است.

بیشترین دما درمرکز منطقه اختلاط 1365 ^{o}C با سرعت دورانی ابزار 600 rpm و سرعت جوشکاری 40 mm/min و کمترین دمای بدست آمده 968/75 ^{o}C با سرعت دورانی ابزار 200 rpm و سرعت جوشکاری 120 mm/min می باشد.

3-3- روش رگرسیون خطی چند گانه

روش رگرسیون خطی چندگانه، یک روش برای تحلیل رابطه یک متغیر وابسته و چند متغیر مستقل می باشد. هدف از اجرای این روش بکارگیری متغیرهای مستقل برای پیش بینی متغیر وابسته است. به یک ترکیب خطی از متغیرهای مستقل که بهترین پیشگویی را از متغیر وابسته انجام دهند، معادله رگرسیون یا مدل رگرسیونی گفته می شود.

در برخی موارد به جای بررسی صحت معنی داری ضرایب رگرسیون به طور جداگانه $(H_0 : b_k = 0 , H_1 : b_k \neq 0)$ و تاثیر متغیرهای مستقل موجود در آن، می توان از مدل های کامل و کاهش یافته استفاده کرد. مدل کامل شامل کلیه متغیرهای مستقل و وابسته است. متغیر های مستقل شامل سرعت دورانی ابزار (ω) بر حسب rpm، سرعت جوشکاری (v) بر حسب mm/min، فاصله از مرکز منطقه اختلاط (y) بر حسب mm و متغیر وابسته دما (T) بر حسب (^{o}C) در نظر گرفته شده است. بنابراین مدل کامل به صورت ترکیب خطی از متغیر های مستقل و مقدار ثابت (β_0) به صورت $T_F = b_0 + b_1 w + b_2 V + b_3 y$ می باشد. در مدل کاهش یافته با فرض صفر بودن همزمان متغیر های سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط (ضرایب β_2, β_3)، متغیر دما به صورت یک ترکیب خطی از $T_R = \beta_0 + \beta_1 \omega$ خواهد بود. فرض H_0 یعنی متغیرهای سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط تاثیری در ساخت معادله رگرسیون چندگانه ندارند در حالیکه فرض H_1 بیـانگـر این موضـوع است که حداقل یکی از

جدول 5 - نتایج آنالیز واریانس برای دمای نمونه جوشکاری شده بر اساس فرآیند مدل کامل

مدل کامل	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	توزیع F	Sig.
رگرسیون	۶۶۱۷۹۴/۸۳۳	۳	۲۲۰۵۹۸/۲۷۸	۲۶۹/۸۹۵	۴/۶۲۷۲E-۱۸
باقی مانده	۱۸۷۹۹/۰۱۹	۲۳	۸۱۷/۳۴۹	---------	-------
جمع کل	۶۸۰۵۹۳/۸۵۲	۲۶	------	------	------

جدول 6- نتایج آنالیز واریانس برای دمای نمونه جوشکاری شده بر اساس فرآیند کاهش یافته

مدل کامل	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	توزیع F	Sig.
رگرسیون	۲۳۱۴۲۶/۷۲۲	۱	۲۳۱۴۲۶/۷۲۲	۱۲/۸۸۱	۰,۰۰۱۴۱۱
باقی مانده	۴۴۹۱۶۷/۱۳۰	۲۵	۱۷۹۶۶/۶۸۵	---------	-------
جمع کل	۶۸۵۹۳/۸۵۲	۲۶	------	------	------

متغیرهای سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط در معادله رگرسیون نقش دارند. بطور خلاصه فرض H_0 و H_1 به صورت رابطه (15) خواهد بود.

$$\begin{cases} H_0: \ b_2 = b_3 = 0 \\ H_1: \ \exists \text{j} \quad b_j \neq 0 \end{cases} \qquad (15)$$

برای مقایسه دو مدل کامل (F) و مدل کاهش یافته (R)، از مجموع مربعات خطاهای (SSE) دو مدل استفاده شده است. از طرفی در مدل کامل به علت بیشتر بودن تعداد متغیرها، خطای بدست آمده بیشتر از خطای مدل کاهش یافته نیست. بعبارت دیگر همواره نا معادله $SSE(F) \leq SSE(R)$ بر قرار است. برای بررسی تاثیر متغیر های مستقل یکی از دو حالت زیر رخ خواهد داد:

حالت اول) اگر مجموع مربعات خطا های مدل کامل SSE(F) خیلی کوچکتر از خطای مدل کاهش یافته SSE(R) نباشد، بدین معنی است که متغیرهای اضافی در مدل کامل، به کاهش خطای مدل کاهش یافته SSE(R) کمکی نمی کند که باعث بهبود مدل گردد.

حالت دوم) اگر SSE(F) خیلی کوچکتر از SSE(R) باشد، در این صورت وجود متغیرهای سرعت جوشکاری (v) و فاصله از مرکز منطقه اختلاط (y) در مدل کامل به کاهش خطا و تقریب رگرسیونی بهترکمک کرده و موجب بهبود مدل می شوند.

بنابراین آماره آزمون F^* باید از رابطه (16) محاسبه شود.

$$F^* = \frac{\dfrac{SSE(R) - SSE(F)}{df(R) - df(F)}}{\dfrac{SSE(F)}{df(F)}} \qquad (16)$$

با توجه به آنالیز واریانس درجه آزادی SSE معادل n-p است. p تعداد پارامترهای موجود (تعداد متغیرها و مقادیر ثابت) در مدل رگرسیون است. بنابراین تفاوت درجه آزادی SSE(F) و SSE(R) برابر تعداد پارامترهایی است که در فرضیه صفر برابر صفر در نظر گرفته شده است و قاعده تصمیم گیری بر مبنای برقراری یکی از دو شرط (الف) و (ب) به صورت زیر می‌باشد:

الف) اگر $F^* \leq F\left(a, df(R) - df(F), df(F)\right)$ باشد H_1 پذیرفته و رد می شود.

ب) اگر $F^* > F\left(a, df(R) - df(F), df(F)\right)$ باشد H_0 رد شده و H_1 پذیرفته می شود.

برای بررسی پذیرش یا رد آزمون H_0 از آنالیز واریانس برای مدل های کامل و کاهش یافته استفاده شد که نتایج آن در جداول (5) و (6) آورده شده است .

بنا به نتایج جدول (5) SSE(R) (مجموع مربعات خطا مدل کامل) برابر18799/019 و درجه آزادی مدل کامل $(df(F))$ برابر 23 به دست آمده است.

جدول7- دمای برآورد شده به روش تابع رگرسیون خطی چندگانه

سرعت دورانی (rpm)	سرعت جوشکاری $\left(\frac{mm}{\min}\right)$	دما برآورد شده در فواصل مختلف از مرکز منطقه اختلاط $(^{\circ}C)$		
		۵mm	۹mm	۱۳mm
۲۰۰	۴۰	۱۰۲۱/۴	۹۱۱/۰۷	۸۰۰/۸۰
۲۰۰	۸۰	۹۱۲/۹۵	۸۰۲/۶۷	۶۹۲/۴۰
۲۰۰	۱۲۰	۸۰۴/۵۵	۶۹۴/۲۷	۵۸۴
۴۰۰	۴۰	۱۱۳۴/۸	۱۰۲۴/۵	۹۱۴/۲۰
۴۰۰	۸۰	۱۰۲۶/۴	۹۱۶/۰۷	۸۰۵/۸۰
۴۰۰	۱۲۰	۹۱۷/۹۵	۸۰۷/۶۷	۶۹۷/۴۰
۶۰۰	۴۰	۱۲۴۸/۲	۱۱۳۷/۹	۱۰۲۷/۶
۶۰۰	۸۰	۱۱۳۹/۸	۱۰۲۹/۵	۹۱۹/۲۰
۶۰۰	۱۲۰	۱۰۳۱/۴	۹۲۱/۰۷	۸۱۰/۸۰

بطور مشابه جدول آنالیز واریانس برای مدل کاهش یافته به صورت جدول (6) می باشد که با حضور تنها یک متغیر مستقل سرعت دورانی ابزار (ω) بر حسب rpm ، مجدد اجرا شده است. با توجه به جدول (6)، SSE(R) (مجموع مربعات مدل کاهش یافته) برابر 449167/130، درجه آزادی $df(R)$ مدل کاهش یافته برابر 25 است.

پس از محاسبه مجموع مربعات مدل کامل و کاهش یافته در جداول (5) و (6)، آماره آزمون F^{o} به صورت رابطه (17) قابل محاسبه است.

(۱۷)

$$F^{*}=\frac{\frac{SSE(R)-SSE(F)}{df(R)-df(F)}}{\frac{SSE(F)}{df(F)}}=\frac{\frac{449167.130-18799.019}{25-23}}{\frac{18799.019}{23}}=263.4960129037$$

$$F^{*}=263.496>F(0.05,2,23)=3/4221 \qquad (18)$$

از آنجا که در رابطه (18)، $F^{o}>F(0.05,2,23)$، شرط (ب) در قاعده تصمیم گیری برقرار شده است. بنابراین فرضیه H_0 رد و فرضیه H_1 مورد پذیرش قرار می گیرد تا مدل رگرسیون دما به صورت ترکیبی از متغیر های مستقل سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری، فاصله از مرکز اختلاط و مقدار ثابت (β_0) به صورت رابطه (19) معرفی گردد.

$$T(w,V,y)=(b_0+b_1w+b_2V+b_3y) \qquad (19)$$

حال برای رسیدن به تابعی بر حسب مجموع مقدار مربعات خطاها، رابطه (20) تعریف می شود.

$$S=\sum_{i=1}^{n}e_i^2=\sum_{i=1}^{n}\left(b_0+b_1w+b_2V+b_3y-T_i\right)^2 \qquad (20)$$

شرط لازم برای پیدا کردن S_{min} آن است که $\partial S/\partial\beta=0,\ j=0,1,2,3$ باشد. با پیاده سازی این شرط یک دستگاه 4 معادله و 4 مجهول به صورت رابطه (21) معرفی می‌شود.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial S}{\partial b_0}=0\Rightarrow b_0\sum_{i=1}^{27}1+b_1\sum_{i=1}^{27}w_i+b_2\sum_{i=1}^{27}y_i+b_3\sum_{i=1}^{27}y_i=\sum_{i=1}^{27}T_i\\
&\frac{\partial S}{\partial b_1}=0\Rightarrow b_0\sum_{i=1}^{27}w_i+b_1\sum_{i=1}^{27}w_i^2+b_2\sum_{i=1}^{27}w_iv_i+b_3\sum_{i=1}^{27}w_iy_i=\sum_{i=1}^{27}T_iw_i\\
&\frac{\partial S}{\partial b_2}=0\Rightarrow b_0\sum_{i=1}^{27}y_i+b_1\sum_{i=1}^{27}w_iv_i+b_2\sum_{i=1}^{27}y_i^2+b_3\sum_{i=1}^{27}y_iy_i=\sum_{i=1}^{27}T_iy_i\\
&\frac{\partial S}{\partial b_3}=0\Rightarrow b_0\sum_{i=1}^{27}y_i+b_1\sum_{i=1}^{27}w_iy_i+b_2\sum_{i=1}^{27}y_iy_i+b_3\sum_{i=1}^{27}y_i^2=\sum_{i=1}^{27}T_iy_i
\end{aligned} \qquad (21)$$

پس از حل دستگاه (رابطه (21)) مقادیر β_0=11.54.199، β_1=0.567، β_2=2.710، β_3=27.569 معین شد.

جدول 8 - دمای برآورد شده با استفاده از روش رگرسیون خطی چندگانه در مرکز منطقه اختلاط

دمای برآورد شده در مرکز منطقه اختلاط $(^{\circ}C)$	سرعت جوشکاری $\left(\frac{mm}{\min}\right)$	سرعت دورانی ابزار (rpm)
۱۱۵۹/۲	۴۰	۲۰۰
۱۰۵۰/۸	۸۰	۲۰۰
۹۴۲/۳۹	۱۲۰	۲۰۰
۱۲۷۲/۶	۴۰	۴۰۰
۱۱۶۴/۲	۸۰	۴۰۰
۱۰۵۵/۸	۱۲۰	۴۰۰
۱۳۸۶/۰	۴۰	۶۰۰
۱۲۷۷/۶	۸۰	۶۰۰
۱۱۶۹/۲	۱۲۰	۶۰۰

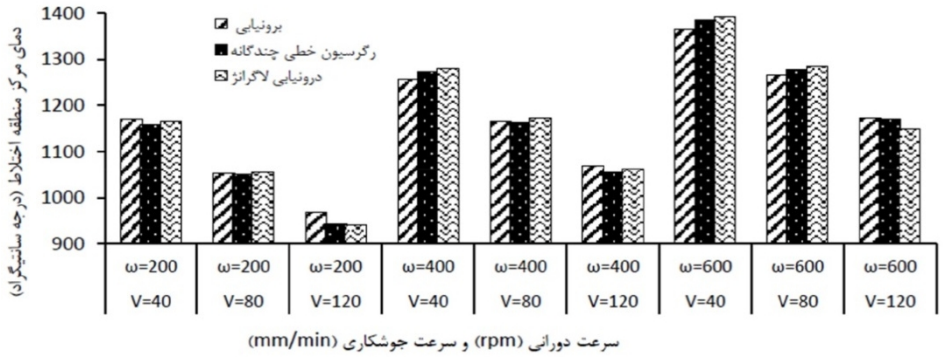
بنابراین معادله رگرسیون دما بر حسب سرعت دورانی ابـزار بـر حسب rpm، سرعت جوشکاری بر حسب mm/min و فاصله از مرکز منطقه اختلاط بـر حسـب بـه صـورت mm رابطـه (22) بدست آمد.

$$T(w,v,y)=(1154.199+0.567w-2.710v-27.569y) \quad (22)$$

با توجه به رابطه (22)، تابع دما نسبت به متغیر مستقل سرعت دورانی ابزار یک تابع صعودی در دامنه تعریف است. همچنین تابع دما نسبت به متغیر مستقل سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط یک تابع نزولی در دامنه تعریف می باشد. در جدول (7) دماهای برآورد شده بر اساس رابطه (22) در فواصل مختلف از مرکز منطقه اختلاط با استفاده از تابع رگرسیون خطی چندگانه آورده شده است. حال برای به دست آوردن دمای برآورد شده در مرکز منطقه اختلاط بر اساس روش رگرسیون خطی چندگانه، y را در رابطه (22) برابر صفر قرار می دهیم. دماهای به دست آمده در جدول (8) آورده شده است. با توجه به نتایج بدست آمده در جدول (8)، بیشترین دما در مرکز منطقه اختلاط در سرعت دورانی ابزار 600 rpm و سرعت جوشکاری 40 mm/min برابر 1386 ^{o}C بدست آمده است. همچنین حداقل دما به روش رگرسیون خطی چندگانه 942/39°C بدست آمده است، که این دما برای نمونه جوشکاری شده با سرعت دورانی ابزار 200 rpm و سرعت جوشکاری 120 mm/min است.

شکل (2) دمای برآورد شده در مرکز منطقه اختلاط را به کمک روش های لاگرانژ، برون یابی خطی و رگرسیون چندگانه نشان می دهد. همانطورکه درشکل (2) مشاهده می شود توابع برآورد کننده دما در روش های برون یابی خطی، درونیابی لاگرانژ سه متغیره و روش رگرسیون چندگانه خطی نسبت به متغیر سرعت دورانی ابزار تابعی صعودی (افزایشی) می باشند، زیرا با افزایش (کاهش) متغیر سرعت دورانی ابزار و با فرض ثابت ماندن متغیرهای سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط، دما افزایش (کاهش) می یابد. بطور مشابه توابع برآورد کننده دما در هر سه روش نسبت به متغیرهای سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط تابعی نزولی (کاهشی) است.از آنجا که مبنای روش های رگرسیونی بر پایه حداقل کردن مجموع مربعات خطاها است، بنابراین این روش می تواند به عنوان معیاری مناسب برای دقت و ارزیابی سایر روش ها از جمله روش های برونیابی خطی و روش لاگرانژ سه متغیره در نظر گرفته شود که در جدول (9) این مقایسه صورت گرفته شده است.

جدول (9) اختلاف دمای برآوردشده در روش رگرسیون خطی چندگانه با روش های برونیابی خطی و روش لاگـرانژ سه



شکل 2 – مقایسه دمای برآورد شده به کمک روش های لاگرانژ، برون یابی خطی و رگرسیون چندگانه

جدول 9 – مقایسه خطای دمای برآورد شده روش رگرسیون خطی چندگانه با روش های دیگر در مرکز منطقه اختلاط

درصد خطای دمای برآورد شده لاگرانژ در مرکز منطقه اختلاط با روش رگرسیون خطی	اختلاف دمای برآورد شده لاگرانژ در مرکز منطقه اختلاط با روش رگرسیون خطی $(°C)$	درصد خطای دمای برآورد شده برونیابی خطی در مرکز منطقه اختلاط با روش رگرسیون خطی	اختلاف دمای برآورد شده برونیابی خطی در مرکز منطقه اختلاط با روش رگرسیون خطی $(°C)$	سرعت جوشکاری $\left(\frac{mm}{\min}\right)$	سرعت دورانی ابزار (rpm)
۰/۴۴	۵/۱۷	۰/۹۳	۱۰/۸	۴۰	۲۰۰
۰/۴۱	۴/۳۵	۰/۲۸	۲/۹۵	۸۰	۲۰۰
۰/۱۸	۱/۷۷	۲/۷۹	۲۶/۳۶	۱۲۰	۲۰۰
۰/۵۹	۷/۵۵	۱/۲۸	۱۶/۳۵	۴۰	۴۰۰
۰/۶۲	۷/۳۳	۰/۰۲۵	۰/۳	۸۰	۴۰۰
۰/۶۷	۷/۱۶	۱/۳۴	۱۴/۲	۱۲۰	۴۰۰
۰/۵۱	۷/۱۲	۱/۵۱	۲۱	۴۰	۶۰۰
۰/۴۷	۶/۰۲	۰/۸۴	۱۰/۸۵	۸۰	۶۰۰
۱/۶۰	۱۸/۸	۰/۱۹	۲/۳	۱۲۰	۶۰۰

متغیره را نشان می دهد. با توجه به نتایج بدست آمده درجدول (9)، حداکثر اختلاف دما در روش برونیابی خطی با روش رگرسیون چندگانه ^{o}C 26/36 در نمونه جوشکاری شده با سرعت دورانی ابزار 200 rpm و سرعت جوشکاری 120mm/min است. همچنین کمترین اختلاف دما در روش برونیابی خطی با روش رگرسیون چندگانه $°C$ 0/3 در نمونه جوشکاری شده با سرعت دورانی ابزار 400 rpm و سرعت جوشکاری 80 mm/min می‌باشد. همچنین در جدول (9)، نتایج اختلاف دمای روش رگرسیون خطی چند گانه و روش لاگرانژ سه متغیره آورده شده است. حداکثر اختلاف دما در روش لاگرانژ سه‌متغیره با روش رگرسیون چندگانه ^{o}C 18/8 در نمونه جوشکاری شده با سرعت دورانی ابزار 600rpm و سرعت جوشکاری 120mm/min می باشد.

همچنین کمترین اختلاف دما در روش لاگرانژ سه متغیره با روش رگرسیون چندگانه $°C$ 1/77 در نمونه جوشکاری شده با سرعت دورانی ابزار 200 rpm و سرعت جوشکاری 120 mm/min است.

4- جمع‌بندی

در این پژوهش سه روش برای برآورد دمای منطقه اختلاط در جوشکاری اصطکاکی-اختلاطی فولادهای زنگ نزن دوفازی معرفی شد. متغیرهای مستقل شامل سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط و متغیر وابسته دما در نظر گرفته شدند. از آنجا که مدل برآورد برای تخمین دما دارای سه متغیر مستقل و یک متغیر وابسته بود، روش درونیابی لاگرانژ از حالت تک متغیره به حالت سه متغیره تعمیم داده شد و تابع

دما به صورت مجموع حاصلضرب چندجمله ای های لاگرانژ سرعت دورانی ابزار، سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط در دمای متناظر آن نقطه معرفی شد. بعبارت دیگر از لحاظ هندسی دامنه تعریف تابع لاگرانژ سه متغیره، مکعبی به اضلاع $\omega \in [200,600]$، $n \in [40,120]$ و $y \in [5,13]$ در نظر گرفته شد. همچنین از روش های برونیابی برای تخمین تابع دما در نقطه ای درخارج از دامنه تعریف استفاده شد. علت استفاده از روش برونیابی خطی در این پژوهش، عدم تعلق نقطه صفر به بازه 5mm تا 13mm بود. بعبارت دیگر $(y=0) \notin [5,13]$. بنابراین در صورت استفاده از تابع درونیاب در خارج از دامنه باید با احتیاط بیشتری عمل کرد و مقدار برآورد شده را با روش هایی مانند رگرسیون که بر مبنای حداقل کردن فاصله نقاط مشاهده شده از منحنی هستند مجدد بررسی کرد و چنانچه اختلاف از منظر متخصصین قابل اغماض بود، به آن استناد کرد. درروش سوم ابتدا معنی دار بودن همزمان چند ضریب رگرسیون با مقایسه دو مدل کامل و مدل کاهش یافته بدست آمد. مدل کامل شامل کلیه متغیرهای مستقل و متغیر وابسته در نظر گرفته شد. مدل کامل رگرسیون دما به صورت $T_F = b_0 + b_1 w + b_2 v + b_3 y$ و مدل کاهش یافته با فرض صفر بودن همزمان متغیرهای سرعت جوشکاری و فاصله از مرکز منطقه اختلاط به صورت $T_R = b_0 + b_1 w$ معرفی شد. نتایج بدست آمده حاکی از آن بود که هر سه متغیر مستقل نقش اساسی در ساختن معادله رگرسیونی داشته و نمی توان ضرایب β_2, β_3 را صفر در نظر گرفت. پس از ردشدنH_0، مدل کامل رگرسیون مورد تایید قرار گرفت. در ادامه با استفاده ازروش حداقل نمودن مجموع مربعات خطا برای هر متغیر مستقل، یک دستگاه 4×4 معرفی و سپس دستگاه معادلات خطی حل شده و ضرایب β_0 و$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ برای برآورد دما و معرفی تابع رگرسیونی خطی چندگانه مشخص شد. با توجه به نتایج بدست آمده در هر سه روش، بیشترین دما در مرکز منطقه اختلاط در حالتی است که سرعت دورانی ابزار600 rpm و سرعت جوشکاری40 mm/min و کمترین دما در منطقه اختلاط زمانی است که سرعت دورانی ابـزار200rpm و سرعت جوشکاری 120mm/min است. همچنین بیشترین اختلاف دما در روش بـرون‌یـابی خطـــی با روش رگرسیـون خطی چندگانه 26/36°C بود که مربوط به نمونه جوشکاری شده با سرعت دورانی ابزار 200 rpm و سرعت جوشکاری120mm/min است. نهایتا حداکثر اختلاف دما در روش لاگرانژ سه متغیره با روش رگرسیون خطی چندگانه 18/8 °C مشخص شد که مربوط به نمونه جوشکاری شده با سرعت دورانی ابزار600rpm و سرعت جوشکاری 120mm/min می باشد. بطور خلاصه، بهترین برازش منحنی در روش رگرسیون خطی چندگانه صورت گرفته است، زیرا در این روش شرط حداقل کردن مجموع مربعات خطا از مشاهدات (گره ها) لحاظ شده است. این در حالی است که این معیار در روش های برونیابی خطی و روش درونیابی لاگرانژ لحاظ نمی شود. از طرفی دمای مرکز منطقه اختلاط با ترموکوپل قابل اندازه گیری نیست، بنابراین روش رگرسیون خطی چند گانه به عنوان روش مبنا معرفی شده است. برای اینکه مشخص گردد که استفاده از تابع درونیاب لاگرانژ چند متغیره برای برآورد دما در نقاط بیرون از دامنه (در مرکز منطقه اختلاط) معتبر است یا خیر، تابع درونیاب لاگرانژ چند متغیره با روش رگرسیون خطی چندگانه مقایسه شد.

حداکثر اختلاف دمای روش رگرسیون خطی چندگانه با روش لاگرانژ چند متغیره در تمامی نقاط در مرکز منطقه اختلاط جوش تقریبا کمتر از 19 °C محاسبه شده است. بنابراین استفاده از این روش برای نقاط خارج از دامنه نیز بلامانع است. با توجه به نتایج بدست آمده روش لاگرانژ اختلاف کمتری نسبت به روش برون یابی خطی در مرکز منطقه اختلاط دارد و از دقت بیشتری برخوردار است.

تقدیر و تشکر

نتایج این مقاله حاصل از طرح پژوهشی درون دانشگاهی (شماره 17306) در دانشگاه سمنان با عنوان "تخمین دمای منطقه اختلاط در جوشکاری اصطکاکی-اختلاطی فولاد زنگ نزن دوفازی" می‌باشد که مورد حمایت معاونت پژوهشی و فناوری دانشگاه سمنان قرار گرفته است. بدین وسیله نویسندگان از همکاری و مساعدت های مادی و معنوی دانشگاه سمنان کمال تشکر و قدردانی را دارند.

منابع

[1] M. Yousefieh, M. Shamanian, A. Saatchi, “Optimization of the pulsed current gas tungsten arc welding (PCGTAW) parameters for corrosion resistance of super duplex stainless steel (UNS S32760) welds using the Taguchi method”, Journal of Alloys and Compounds, 509, 782-788, 2011.

[2] P.S. Gowthaman, S. Jeyakumar, B.A. Saravanan, “Machinability and tool wear mechanism of Duplex stainless steel – A review”, Materials Today: Proceedings, 26, 1423-1429, 2020.

[3] M. Yousefieh, M. Shamanian, A. Saatchi, “Optimization of experimental conditions of the pulsed current GTA welding parameters for mechanical properties of SDSS UNS S32760 welds based on the Taguchi design method”, Journal of Materials Engineering and Performance, 21, 1978-1988, 2012.

[4] سید محمد اهل سرمدی، مرتضی شمعانیان، مسعود عطاپور، حسین ادریس، امیر بهجت، "بررسی رفتار خوردگی فلز پایه و مقاطع جوش ذوبی فولاد سوپردوفازی UNS S32750"، **نشریه علوم و فناوری جوشکاری ایران**، سال سوم، شماره 1، صفحات 21-28، 1396.

[5] S. Emami, T. Saeid, “A comparative study on the microstructure development of friction stir welded 304 austenitic, 430 ferritic, and 2205 duplex stainless steels”, Materials Chemistry and Physics, 237, 121833, 2019.

[6] S. Emami, T. Saeid, R.A. Khosroshahi, “Microstructural evolution of friction stir welded SAF 2205 duplex stainless steel”, Journal of Alloys and Compounds, 739, 678-689, 2018.

[7] T. Sauer, “Computational aspects of multivariate polynomial interpolation”, Advances in Computational Mathematics, 3, 219-237, 1995.

[8] T. Sauer, Y. Xu, “On multivariate Lagrange interpolation”, Mathematics of Computation, 64, 1147-1170, 1995.

[9] I.S. Kim, K.J. Son, Y.S. Yang, P.K.D.V. Yaragada, “Sensitivity analysis for process parameters in GMA welding processes using a factorial design method”, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43, 763-769, 2003.

[10] I.S. Kim, Y.J. Jeong, I.J. Son, I.J. Kim, J.Y. Kim, I.K. Kim, P.K. Yaragada, “Sensitivity analysis for process parameters influencing weld quality in robotic GMA welding process”, Journal of Materials Processing Technology, 140, 676-681, 2003.

[11] G. Güleryüz, “Relationship between FSW parameters and hardness of the ferritic steel joints: Modeling and optimization”, Vacuum, 178, 109449, 2020.

[13] H. Aghajani Derazkola, A. Eyvazian, A. Simchi, “Modeling and experimental validation of material flow during FSW of polycarbonate”, Materials Today Communications, 22, 100796, 2020.

[14] G. Chen, G. Wang, Q. Shi, Y. Zhao, Y. Hao, S. Zhang, “Three-dimensional thermal-mechanical analysis of retractable pin tool friction stir welding process”, Journal of Manufacturing Processes, 41, 1-9, 2019.

[15] Y. Xiao, H. Zhan, Y. Gu, Q. Li, “Modeling heat transfer during friction stir welding using a meshless particle method”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 104, 288-300, 2017.